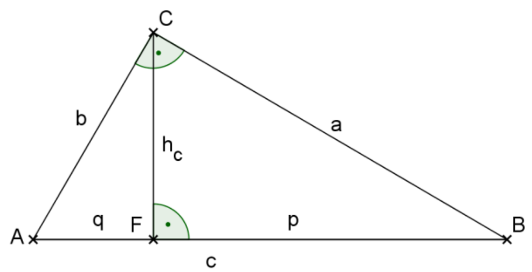
Gymnasium Neutraubling:	Grundwissen Mathematik	9. Jahrgangsstufe

Wissen und Können	Aufgaben, Beispiele und Erläuterungen
Reelle Zahlen	
Irrationale Zahlen sind Zahlen, die nicht als Bruch (rationale Zahl) darstellbar sind. Eine irrationale Zahl hat eine unendliche nicht periodische Dezimalbruchentwicklung. Die rationalen Zahlen und die irrationalen Zahlen ergeben zusammen die reellen Zahlen. Es ergeben sich damit folgende Zahlenmengen: $\mathbb{N}$: Menge der natürlichen Zahlen $\mathbb{Z}$: Menge der ganzen Zahlen $\mathbb{Q}$: Menge der rationalen Zahlen $\mathbb{R}$: Menge der reellen Zahlen	Bsp.: Die Diagonale eines Quadrates mit der Seitenlänge 1 hat die Länge $\sqrt{2}$. Die Kreiszahl $\pi\ (=3{,}141592654...)$ ist eine irrationale Zahl.
$\sqrt{a}$ heißt Quadratwurzel aus a, a ist der Radikand. $\sqrt{a}$ ist diejenige **nicht negative Zahl**, die quadriert a ergibt.	Bsp.: $\sqrt{81}=9$; $\sqrt{0}=0$; $\sqrt{90}=3\sqrt{10}=9{,}48683...\approx 9{,}5$; $-\sqrt{49}=-7$; **Aber:** $\sqrt{-49}$ ist nicht definiert!
Rechenregeln (vgl. Potenzgesetze): $\sqrt{a\cdot b}=\sqrt{a}\cdot\sqrt{b}$; $\sqrt{n^2\cdot a}=n\cdot\sqrt{a}$ **(teilw. Radizieren)** $\sqrt{a:b}=\sqrt{\frac{a}{b}}=\sqrt{a}:\sqrt{b}=\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ $(a\geq 0 \text{ und } b>0)$ $\sqrt{a^2}=\lvert a\rvert=\begin{cases}-a, & \text{falls } a<0\\ a, & \text{falls } a\geq 0\end{cases}$ $\sqrt{(x+y)^2}=\lvert x+y\rvert$; $\sqrt{(x-y)^2}=\lvert x-y\rvert$ **(Bin. Formeln)** $\frac{2}{\sqrt{a}}=\frac{2\sqrt{a}}{\sqrt{a}\cdot\sqrt{a}}=\frac{\sqrt{a}}{a}$ **(Rationalmachen des Nenners)**	Bsp.: $\sqrt{144x^4}=\sqrt{144}\cdot\sqrt{x^4}=12\cdot x^2=12x^2$; $\sqrt{5u}\cdot\sqrt{180u}=\sqrt{5u\cdot 180u}=\sqrt{900u^2}=30\lvert u\rvert$ $\sqrt{96r^7}=\sqrt{16r^4\cdot 6r^3}=\sqrt{16r^4}\cdot\sqrt{6r^3}$ $=4r^2\cdot\sqrt{6r^3}=4\sqrt{6}\,r^2\sqrt{r^3}$ $\sqrt{13xz^7}:\sqrt{832xz}=\sqrt{\frac{13xz^7}{832xz}}=\sqrt{\frac{z^6}{64}}=\frac{\sqrt{z^6}}{\sqrt{64}}=\frac{\lvert z^3\rvert}{8}$ **Aufgaben**: $\sqrt{12x^3}\cdot\sqrt{3x}=$; $\sqrt{88x^3y}:\sqrt{11x^5y^2}=$; $\sqrt{z^{10}}=$; $\sqrt{(a-b)^4}=$; **(L1)**
n-te Wurzeln: $\sqrt[q]{a^p}=a^{\frac{p}{q}}$ $(p\in\mathbb{Z};\ q\in\mathbb{N})$ $\frac{1}{\sqrt[q]{a}}=a^{-\frac{1}{q}}$ $(q\in\mathbb{N})$	Bsp.: $\sqrt{x}=x^{\frac{1}{2}}$; $x^{\frac{1}{n}}=\sqrt[n]{x}$; $5^{\frac{1}{3}}=\sqrt[3]{5}$; $5^{-\frac{1}{3}}=\frac{1}{\sqrt[3]{5}}$; $5^{-\frac{2}{3}}=\frac{1}{\sqrt[3]{5^2}}$ $\sqrt[3]{8}=\sqrt[3]{2^3}=2^{\frac{3}{3}}=2^1=2$ **Aufgaben**: Schreibe als Potenz: $\sqrt[6]{x^3}=$; $\sqrt[3]{x^6}=$; $\sqrt[3]{x^{-6}}=$ Schreibe als Wurzel: $z^{\frac{2}{5}}=$; $z^{-\frac{2}{5}}=$; $z^{-\frac{1}{2}}=$ **(L2)**
Potenzgesetze (Wdhg. 7.Klasse): $a^r\cdot a^s=a^{r+s}$ und $a^r:a^s=a^{r-s}$ $a^r\cdot b^r=(a\cdot b)^r$ und $a^r:b^r=(a:b)^r$ $(a^r)^s=a^{r\cdot s}$	**Aufgaben**: $7^{\frac{9}{2}}\cdot 49^4=$; $2^{-\frac{5}{3}}\cdot 2^{\frac{5}{3}}=$; $2^{\frac{5}{3}}\cdot 7^{\frac{5}{3}}=$; $\left(\frac{4^{\frac{2}{3}}}{2^3}\right)^{\frac{1}{5}}=$ **(L3)**

Das rechtwinklige Dreieck

Satzgruppe des Pythagoras:



Im **rechtwinkligen Dreieck** mit der Hypotenuse c, dem an a anliegenden Hypotenusenabschnitten p und dem an b anliegenden Hypotenusenabschnitt q gilt:

$$\left.\begin{array}{l} a^2 = c \cdot p \\ b^2 = c \cdot q \end{array}\right\} \text{(Kathetensätze)}$$

$$h_c^{\,2} = p \cdot q \qquad \text{(Höhensatz)}$$

$$a^2 + b^2 = c^2 \qquad \text{(Satz des Pythagoras)}$$

Aufgaben:
Berechne die Seitenlängen und den Flächeninhalt des Dreiecks ABC. Gegeben: rechter Winkel bei B; Hypotenusenabschnitt mit Endpunkt A: p = 6,4 dm; Höhe auf die Hypotenuse b: h_b = 4,0 dm.

Berechne die Höhe eines gleichseitigen Dreiecks mit der Seitenlänge a.

Zeichne die Punkte P(-5|-2) und Q(2|3) in ein Koordinatensystem und bestimme ihren Abstand rechnerisch.

Zeige schrittweise, wie man die Raumdiagonale eines Quaders mit l, b, h berechnen kann.

(L4)

Kehrsatz zum Satz des Pythagoras:
Gilt in einem Dreieck $a^2 + b^2 = c^2$, so besitzt das Dreieck einen rechten Winkel am Punkt C.

Aufgabe: Ist ein Dreieck mit den Seitenlängen a = 13 cm, b = 5 cm und c = 12 cm rechtwinklig? **(L5)**

Quadratische Funktionen und quadratische Gleichungen

Eine Funktion der Form $y = ax^2 + bx + c \ (a \neq 0)$ heißt **quadratische Funktion** (in Normalenform). Ihr Graph ist eine Parabel. Der Graph der Funktion $y = x^2$ heißt Normalparabel.

Weitere Schreibweisen für quadratische Funktionen:

Scheitelform:

$$y = a(x-d)^2 + e\,,\ \left(\text{mit Scheitel } S(d|e)\right)$$

Ausgehend von der Normalparabel gibt **d** die Verschiebung des Scheitels in x-Richtung, **e** die Verschiebung des Scheitels in y-Richtung an.

Nullstellenform (falls Nullstellen vorhanden sind):

$$y = a(x-x_1)\cdot(x-x_2),\ \left(x_1 \text{ und } x_2 : \text{Nullstellen}\right)$$

Der Formfaktor **a** hat folgenden Einfluss auf die Öffnung der Parabel:

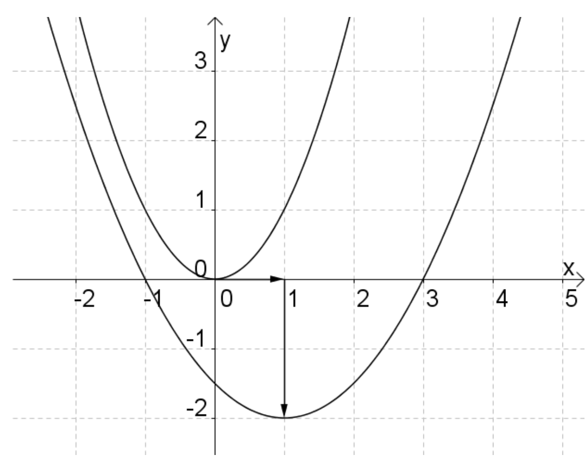
$a > 0:$ Die Parabel ist nach oben geöffnet.

$a < 0:$ Die Parabel ist nach unten geöffnet.

$|a| > 1:$ Die Parabel ist enger als die Normalparabel.

$|a| < 1:$ Die Parabel ist weiter als die Normalparabel.

$y = 0{,}5x^2 - x - 1{,}5$ mit Scheitel $S(1|-2)$



Scheitelform: $y = 0{,}5\cdot(x-1)^2 - 2$

Nullstellenform: $y = 0{,}5\cdot(x+1)\cdot(x-3)$

Normalenform: $y = 0{,}5x^2 - x - 1{,}5$

Quadratische Ergänzung: $y = 2x^2 - 6x - 2 =$ $= 2(x^2 - 3x - 1) =$ Ausklammern $= 2(x^2 - 3x + \mathbf{2{,}25} - \mathbf{2{,}25} - 1) =$ quadrat. Ergänzung *:2; hoch 2* $= 2[(x - 1{,}5)^2 - 3{,}25] =$ $= 2(x - 1{,}5)^2 - 6{,}5$ Ausmultiplizieren	**Aufgaben**: Bestimme die Scheitelform und die Nullstellenform: $y = x^2 - 8x + 15$ $y = -0{,}5x^2 + 2x$ $y = 2x^2 - 4x + 3$ $y = 3x^2 - 3$ $y = 2x^2 + 8x + 6$ **(L6)**
Eine Gleichung, bei der die Lösungsvariable quadratisch auftritt, heißt **quadratische Gleichung**.	
Quadratische Gleichungen der Form $ax^2 + bx + c = 0 \ (a \neq 0)$ werden mit der **Lösungsformel für quadratische Gleichungen** gelöst: $x_{1/2} = \frac{1}{2a} \cdot \left(-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}\right)$ $D = b^2 - 4ac$ heißt Diskriminante. Dabei hat die quadratische Gleichung ✓ 2 Lösungen, wenn $D > 0$ ✓ 1 Lösung, wenn $D = 0$ ✓ keine Lösung, wenn $D < 0$	**Aufgaben**: Löse die Gleichungen: $5x^2 - 25x + 30 = 0$ $3x^2 - 4x + 5 = 0$ $0{,}5x^2 - x = -0{,}5$ $2s^2 = 2 - 4s$ **(L7)**

Sonderfälle: Quadratische Gleichungen der Form $ax^2 + c = 0 \ (a \neq 0)$ werden leichter durch Auflösen und Wurzelziehen gelöst. Quadratische Gleichungen der Form $ax^2 + bx = 0 \ (a \neq 0)$ werden leichter durch Ausklammern von ax gelöst.	**Aufgaben**: Löse die Gleichungen: $20x^2 - 4x = 0$ $\frac{1}{5}x^2 - 5 = 0$ **(L8)**

Mehrstufige Zufallsexperimente

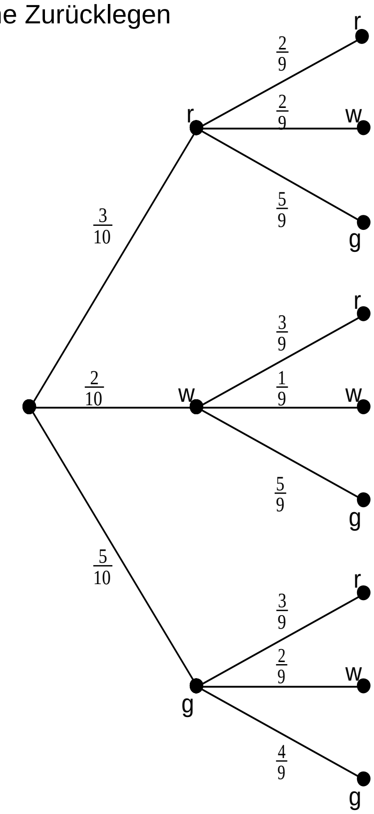
Zufallsexperimente, die aus mehreren Teilexperimenten bestehen, heißen **mehrstufige Zufallsexperimente**.

Bsp.: In einer Urne liegen 3 rote, 2 weiße und 5 gelbe Kugeln. Es werden zwei Kugeln nacheinander gezogen:
a) ohne Zurücklegen, b) mit Zurücklegen

1. Pfadregel:
Bei einem mehrstufigen Zufallsexperiment erhält man die **Wahrscheinlichkeit eines Ergebnisses**, indem man die Wahrscheinlichkeiten längs des zugehörigen Pfades im Baumdiagramm **multipliziert**.

2. Pfadregel:
Bei einem mehrstufigen Zufallsexperiment erhält man die **Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses**, indem man die **Summe** der Wahrscheinlichkeiten derjenigen Pfade bildet, die zu dem Ereignis gehören.

a) ohne Zurücklegen



Ereignisse:
A: Eine rote und dann eine gelbe Kugel wird gezogen.
B: Zwei gleichfarbige Kugeln werden gezogen.

$$P(A) = \frac{3}{10} \cdot \frac{5}{9} = \frac{1}{6}$$

$$P(B) = \frac{3}{10} \cdot \frac{2}{9} + \frac{2}{10} \cdot \frac{1}{9} + \frac{5}{10} \cdot \frac{4}{9} = \frac{37}{90}$$

b) mit Zurücklegen (siehe Lösungen) **(L9)**

Gegenereignis:
$\overline{A}$: „Nicht A“ ist das Gegenereignis von A.

Es gilt: $P(A) = 1 - P(\overline{A})$

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, beim dreimaligen Werfen eines Würfels mindestens einmal eine 6 zu erhalten?
A : mindestens einmal 6
$\overline{A}$: keine 6

$$P(A) = 1 - P(\overline{A}) = 1 - \left(\frac{5}{6} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{5}{6}\right) = 1 - \left(\frac{5}{6}\right)^3 =$$

$$= 1 - \frac{125}{216} = \frac{91}{216}$$

Trigonometrie

Die Seitenverhältnisse im **rechtwinkligen Dreieck** haben besondere Namen:

$$\sin(\varphi) = \frac{\text{Gegenkathete des Winkels } \varphi}{\text{Hypotenuse}}$$

$$\cos(\varphi) = \frac{\text{Ankathete des Winkels } \varphi}{\text{Hypotenuse}}$$

$$\tan(\varphi) = \frac{\text{Gegenkathete des Winkels } \varphi}{\text{Ankathete des Winkels } \varphi}$$

Bemerkung: Die Hypotenuse ist immer die längste Seite eines rechtwinkligen Dreiecks.

Trigonometrische Formeln:

$$\tan\varphi = \frac{\sin\varphi}{\cos\varphi}$$

$$\sin\varphi = \cos(90° - \varphi)$$

$$\cos\varphi = \sin(90° - \varphi)$$

$$(\sin\varphi)^2 + (\cos\varphi)^2 = 1$$

<u>Beispiel:</u> Steigung 8 % auf dem Straßenschild:

$$\tan(\varphi) = 0{,}08 \Rightarrow \frac{\text{Berghöhe}}{\text{Bergbreite}} = 0{,}08$$

$$\text{Berghöhe} = 0{,}08 \cdot \text{Bergbreite}$$

$$\text{Bergbreite: } 750\text{m} \Rightarrow \text{Höhe: } 60\text{m};$$

$$\text{Steigungswinkel: } \varphi \approx 4{,}59°$$

Aufgaben:

In einem bei C rechtwinkligen Dreieck ABC gilt a = 4,2 cm und α=30°: Berechne b und c.

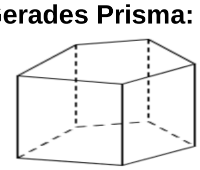
Eine Person der Größe 1,75 m steht im Abstand 150 m vor einem Turm und sieht diesen unter einem Erhebungswinkel (Winkel gegen die Horizontale) von 42°. Berechne die Turmhöhe. (Rechne mit Augenhöhe 1,60m.)

Berechne die Bogenlänge und den Flächeninhalt eines Kreissektors zum Mittelpunktswinkel 80° und der Kreissehne der Länge 6 cm.

(L10)

Raumgeometrie

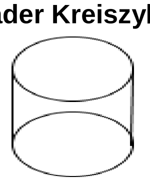
Gerades Prisma:



O = 2G + M

V = G · h

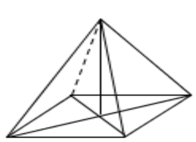
Gerader Kreiszylinder:



O = 2rπ (r + h)

V = $r^2\pi h$

Pyramide:



O = G + M

V = $\frac{1}{3}$ G · h

Gerader Kreiskegel:

O = G + M = $r^2\pi$ + r m π

r² + h²= m²

V = $\frac{1}{3} r^2\pi h$

Allgemeine Bezeichnungen:

G: Grundflächeninhalt
M: Mantelflächeninhalt
O: Oberflächeninhalt
V: Volumen
h: Höhe des Körpers
r: Grundkreisradius
m: Mantellinie

Aufgaben:

Eine 6cm hohe Pyramide hat als Grundfläche ein Quadrat mit der Seitenlänge 4cm. Berechne Oberfläche und Volumen der Pyramide.

Ein Kegel, dessen Höhe gleich dem Radius seines Grundkreises ist, hat das Volumen 50cm³. Berechne seinen Radius und seine Oberfläche.

(L11)

Lösungen:

L1:

$$\sqrt{12x^3}\cdot\sqrt{3x}=\sqrt{36x^4}=6x^2;\quad \sqrt{88x^3y}:\sqrt{11x^5y^2}=\sqrt{\frac{88x^3y}{11x^5y^2}}=\sqrt{\frac{8}{x^2y}}=\frac{2}{x}\sqrt{\frac{2}{y}}=\frac{2\sqrt{2y}}{xy}$$

$$\sqrt{z^{10}}=\left|z^5\right|;\quad \sqrt{(a-b)^4}=\left|(a-b)^2\right|=(a-b)^2$$

L2:

$$\sqrt[6]{x^3}=x^{\frac{3}{6}}=x^{\frac{1}{2}};\quad \sqrt[3]{x^6}=x^{\frac{6}{3}}=x^2;\quad \sqrt[3]{x^{-6}}=x^{\frac{-6}{3}}=x^{-\frac{6}{3}}=x^{-2}$$

$$z^{\frac{2}{5}}=\sqrt[5]{z^2};\quad z^{-\frac{2}{5}}=\sqrt[5]{z^{-2}}\left(=\frac{1}{\sqrt[5]{z^2}}\right);\quad z^{-\frac{1}{2}}=\sqrt{z^{-1}}\left(=\frac{1}{\sqrt{z}}\right)$$

L3:

$$7^{\frac{9}{2}}\cdot 49=7^{\frac{9}{2}}\cdot 7^2=7^{4{,}5+2}=7^{6{,}5}=7^{\frac{13}{2}}=\sqrt{7^{13}};\quad 2^{-\frac{5}{3}}\cdot 2^{\frac{5}{3}}=2^{-\frac{5}{3}+\frac{5}{3}}=2^0=1;\quad 2^{\frac{5}{3}}\cdot 7^{\frac{5}{3}}=(2\cdot 7)^{\frac{5}{3}}=14^{\frac{5}{3}}=\sqrt[3]{14^5}$$

$$\left(\frac{4^{\frac{2}{3}}}{2^3}\right)^{\frac{1}{5}}\cdot 2^{-3}=\left(\frac{2^{\frac{4}{3}}}{2^3}\right)^{\frac{1}{5}}\cdot 2^{-3}=\left(2^{\frac{4}{3}-3}\right)^{\frac{1}{5}}\cdot 2^{-3}=\left(2^{-\frac{5}{3}}\right)^{\frac{1}{5}}\cdot 2^{-3}=2^{-\frac{5}{3}\cdot\frac{1}{5}}\cdot 2^{-3}=$$

$$=2^{-\frac{1}{3}}\cdot 2^{-3}=2^{-\frac{1}{3}-3}=2^{-\frac{10}{3}}$$

L4:
Dreieck

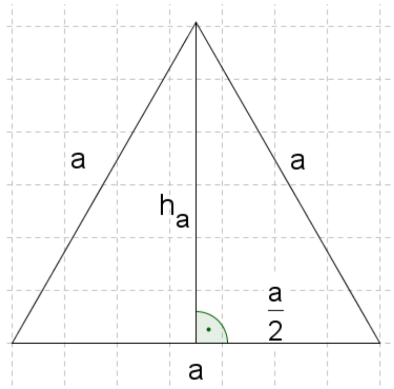
$$c=\sqrt{(6{,}4\text{dm})^2+(4{,}0\text{dm})^2}=\sqrt{56{,}96\text{dm}^2}\approx 7{,}5\text{dm};\quad q=\frac{(4{,}0\text{dm})^2}{6{,}4\text{dm}}=2{,}5\text{dm};$$

$$b=6{,}4\text{dm}+2{,}5\text{dm}=8{,}9\text{dm};\quad a=\sqrt{(8{,}9\text{dm})^2-56{,}96\text{dm}^2}=\sqrt{22{,}25\text{dm}^2}\approx 4{,}7\text{dm}$$

$$A_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}\cdot b\cdot h_b=\frac{1}{2}\cdot 8{,}9\text{dm}\cdot 4{,}0\text{dm}=17{,}8\text{dm}^2$$

gleichseitiges Dreieck

$$h_a=\sqrt{a^2-\left(\frac{a}{2}\right)^2}=\sqrt{a^2-\frac{a^2}{4}}=\sqrt{\frac{3}{4}a^2}=\frac{1}{2}a\sqrt{3}$$

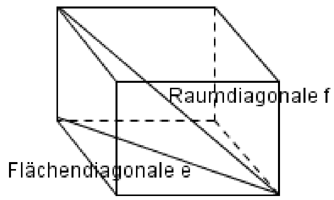


Abstand von P und Q

$$d = \sqrt{\left(x_p - x_q\right)^2 + \left(y_p - y_q\right)^2} = \sqrt{49+25} = \sqrt{74} \approx 8,6[LE]$$

Raumdiagonale

$l^2 + b^2 = e^2$
$e^2 + h^2 = f^2$
$\Rightarrow f = \sqrt{l^2 + b^2 + h^2}$



L5:

Ein Dreieck mit den Seitenlängen 13cm, 5cm und 12cm besitzt wegen $(12cm)^2 + (5cm)^2 = (13cm)^2$ bei A einen rechten Winkel

L6:

Normalenform	Scheitelform	Nullstellenform
$y = x^2 - 8x + 15$	$y = (x-4)^2 - 1$	$y = (x-3)(x-5)$
$y = -0{,}5x^2 + 2x$	$y = -0{,}5(x-2)^2 + 2$	$y = -0{,}5x(x-4)$
$y = 2x^2 - 4x + 3$	$y = 2(x-1)^2 + 1$	---
$y = 3x^2 - 3$	$y = 3x^2 - 3$	$y = 3(x+1)(x-1)$
$y = 2x^2 + 8x + 6$	$y = 2(x+2)^2 - 2$	$y = 2(x+3)(x+1)$

L7:

$5x^2 - 25x + 30 = 0 \;\Rightarrow x_1 = 2 \quad x_2 = 3$

$3x^2 - 4x + 5 = 0 \;\Rightarrow \text{keine Lösung}$

$0,5x^2 - x = -0,5 \;\Rightarrow x_{1/2} = 1$

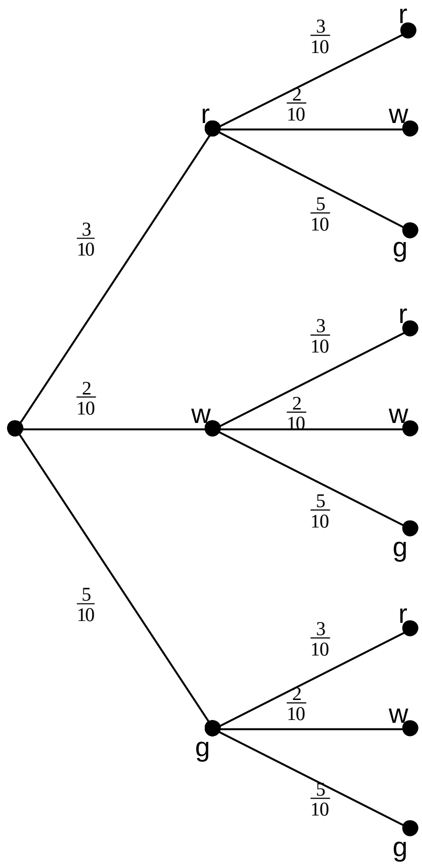
$$2s^2 = 2 - 4s \;\Leftrightarrow s^2 + 2s - 1 = 0 \Rightarrow x_{1/2} = \frac{-2 \pm \sqrt{8}}{2} \;\Rightarrow x_{1/2} = \frac{-2 \pm 2\sqrt{2}}{2} \;\Rightarrow x_1 = -1 + \sqrt{2} \quad x_2 = -1 - \sqrt{2}$$

L8:

$20x^2 - 4x = 0;\quad 4x(5x-1) = 0 \;\Rightarrow x_1 = 0 \quad x_2 = 0,2$

$\frac{1}{5}x^2 - 5 = 0;\quad x^2 = 25 \;\Rightarrow x_{1/2} = \pm 5$

L9:



$$P(A)=\frac{3}{10}\cdot\frac{5}{10}=\frac{3}{20}$$

$$P(B)=\frac{3}{10}\cdot\frac{3}{10}+\frac{2}{10}\cdot\frac{2}{10}+\frac{5}{10}\cdot\frac{5}{10}=\frac{19}{50}$$

L10:

Dreieck

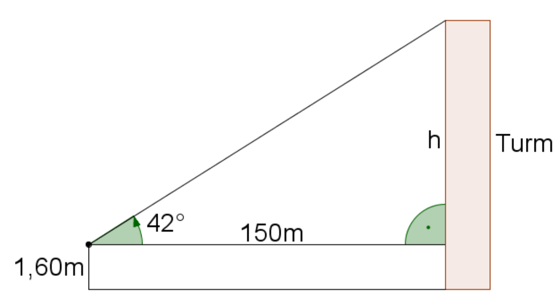
$\sin\alpha=\frac{a}{c} \quad \Rightarrow \quad c=\frac{a}{\sin\alpha}=\frac{4{,}2\text{cm}}{\sin 30°}=8{,}4\text{ cm}$

$\cos\alpha=\frac{b}{c} \quad \Rightarrow \quad b=c\cdot\cos\alpha=7{,}3\text{ cm}$

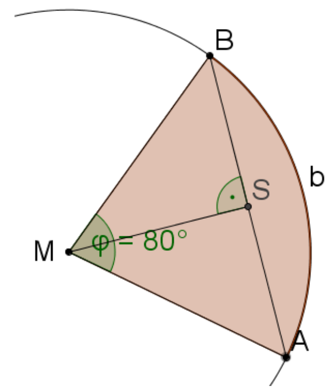
Turmaufgabe

$$\tan 42°=\frac{h}{150\text{m}} \quad \Rightarrow \quad h=\tan 42°\cdot 150\text{m}\approx 135{,}06\text{m}$$

$$135{,}06\text{m}+1{,}60\text{m}=136{,}66\text{m}\approx 137\text{m}$$



Kreissektoraufgabe



Kreisbogen:

$$\sin\frac{\varphi}{2} = \frac{\overline{AB}}{r} \Rightarrow r = \frac{3cm}{\sin 40°} \approx 4,7cm$$

$$\frac{b}{u_{Kreis}} = \frac{\varphi}{360°} \Rightarrow b = \frac{80°}{360°} \cdot 2r\pi \approx 6,5cm$$

Sektorfläche:

$$\frac{A_{Sektor}}{A_{Kreis}} = \frac{\varphi}{360°} \Rightarrow A_{Sektor} = \frac{80°}{360°} \cdot r^2\pi \approx 15,21cm^2$$

L11:

Pyramide

Höhe der Seitenfläche: $h_S = \sqrt{(6cm)^2 + (2cm)^2} = 2\sqrt{10}cm$

Oberfläche: $O_{Pyramide} = G + 4 \cdot A_{Dreieck} = 16cm^2 + 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot 4cm \cdot 2\sqrt{10}cm \approx 66,6cm^2$

Volumen: $V_{Pyramide} = \frac{1}{3} \cdot (4cm)^2 \cdot h_{Pyramide} = 32cm^3$

Kegel

$$V_{Kegel} = \frac{1}{3} \cdot G \cdot h = \frac{1}{3} \cdot h^2\pi \cdot h = \frac{1}{3} \cdot h^3 \cdot \pi = 50cm^3 \Rightarrow h \approx 3,63cm$$

$$O_{Kegel} = r^2\pi + r\,m\,\pi = h^2\pi + h\sqrt{h^2 + h^2}\,\pi \approx 99,8cm^3$$